

Helyi tanterv - Matematika

Gimnázium, 9-12. évfolyam



A helyi tanterv, a pedagógia programunkban szereplő óraszámok alapján készült, melyet a következő táblázat foglal össze.

9.				10.			
mat.-digi.	bio.-kém.	id. nyelvi	humán	mat.-digi.	bio.-kém.	id. nyelvi	humán
5 sz(2)	3	3	3	4 sz	3	3	3
11.				12.			
mat.-digi.	bio.-kém.	id. nyelvi	humán/ált.	mat.-digi.	bio.-kém.	id. nyelvi	humán/ált.
5 sz(2)	4 sz	5 sz(2)	5 sz(2)	5 sz(2)	4 sz	5 sz(2)	5 sz(2)

Matematika-digitális kultúra emelt órászámú osztály

9-11-12 évfolyamon heti 5 óra, 10. évfolyamon heti 4 óra

(2.-47. oldal)

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alkalmazásának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a NAT-ban leírt

tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétel, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulóknak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul inductív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget

vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőképeség, másokkal való együttműködés készsége).

A matematika-digitális kultúra emelt óraszám tantervi koncepciója

TÉMAKÖR: **Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során**

JAVASOLT ÓRASZÁM: 26 + 0 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismeri és alkalmazza a „Fejlesztési feladatok és ismeretek” részben felsorolt algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával;
- másodfokú polinomot átalakít teljes négyzetté kiegészítéssel;
- ismeri a polinom fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját;
- polinomot maradékosan oszt.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Az $(a \pm b)^2$, $(a + b)(a - b)$, $(a + b + c)^2$, $a^3 \pm b^3$, $a^n - b^n$, $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Tudjon első és másodfokú egyenlőtlenség-rendszereket megoldani.
- Tudjon egyszerű négyzetgyökös egyenlőtlenséget megoldani
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok

- alkalmazásával
- Az algebrai tört fogalmának ismerete, műveletek algebrai törtekkel
- Polinomok maradékos osztása
- Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse

FOGALMAK

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom algebrai tört

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- „Gondolj egy számrá, és én kitalálom” játék, matematikai bűvészlucikok algebrai magyarázata
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
- *Fizika; kémia*: mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése
- *Matematikatörténet*: algebra – Al-Hvarizmi
-

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 + 0

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot;
- megold százalékszámítással kapcsolatos alapvető feladatokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

FOGALMAK

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével

- Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

JAVASOLT ÓRASZÁM: 13 + 7

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

a 9. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat (a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra);
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más ($n \leq 9$) alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

a 10. évf. végére:

- nehezebb oszthatósági feladatot több módszerrel is megold;
- egyszerűbb diofantoszi egyenletet tud megoldani;
- lineáris törtet vizsgál, hogy mikor egész;
- ismeri és használja a pitagoraszi számhármak képletét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezősz felbontásból, az euklideszi algoritmus
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Négyzetszámok osztási maradékai
- „Miért nem négyzetszám?”
- A de Morgan azonosságok alkalmazása számelméleti feladatokban
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Tudja, hogy mit értünk adott műveletekre zárt számhalmazokon
- Adott n ($n \in \mathbb{N}$) esetén tudja eldönteni, hogy \sqrt{n} irracionális szám-e
- A $\sqrt{2}$ irracionalitásának bizonyítása
- Tudja megfogalmazni a számelmélet alaptételét
- Bizonyítsa, hogy végtelen sok prímszám van

- Tudjon összetett oszthatósági feladatokat megoldani
- Tudja meghatározni természetes számok pozitív osztóinak számát
- Tudjon n alapú ($n \leq 9$) számrendszerben felírt számokat összeadni és kivonni
- Tökéletes számok
- Néhány további tétel és sejtés a prímszámok elhelyezkedéséről
- Diofantoszi egyenletek
- kis-Fermat-tétel és alkalmazásai
- Pitagoraszi számhármak
- Egész együtthatós polinom egész és racionális gyökei

FOGALMAK

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvenyek
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról
- \sqrt{n} hosszú szakasz szerkesztési eljárásának bemutatása
- *Matematikatörténet*: Neumann János.
- *Fizika; kémia; biológia-egészségtan*: tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
- *Informatika*: nagy prímek szerepe a titkosításban
- *Matematikatörténet*: Diophantos, Eukleidész, Eratoszthenész, Euler, Fermat
- A maradékos osztás tétele, Euklideszi algoritmus
- Osztók számának, összegének és szorzatának meghatározása prímtényező felbontásból
- Euler-féle φ függvény, a $d(n)$ függvény

TÉMAKÖR: **Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek**

JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 + 5

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;

- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket.

a 10. évf. végére:

- megold algebrai úton abszolútértéket tartalmazó egyenleteket;
- abszolút értéket tartalmazó egyenlőtlenségeket algebrai és grafikus úton is tud megoldani;
- a grafikus megoldással tetszőleges pontossággal tud megoldást keresni;
- egyenlőtlenséggel jellemzett pontthalmazt ábrázol;
- megold elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvel és grafikusán
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)
- Egyszerű abszolútértékes egyenlet megoldása algebrai és grafikus úton
- Egyenletek ekvivalenciája
- Törtös egyenletek, egyenlőtlenségek (tört értéke mikor nulla, pozitív, negatív?)
- Több abszolút értéket tartalmazó egyenletek
- Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek (algebrai és grafikus megoldás)
- Elsőfokú paraméteres egyenletek és egyenlőtlenségek
- Elsőfokú egyenletrendszerek megoldása
 - behelyettesítő módszer
 - grafikusán
 - egyenlő együtthatók módszere
 - új ismeretlen bevezetése
- Elsőfokú paraméteres egyenletrendszerek
- Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok
- Értelmezési tartomány, illetve értékészlet-vizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható összetett feladatok megoldása
- Paraméteres elsőfokú egyenletek megoldása
- Elsőfokú, háromismeretlenes egyenletrendszerek megoldása

FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegetlv

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése
- Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára egyenletrendszereknél (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere)
- *Fizika*: kinematika, dinamika
- *Fizika*: a mérés hibája
- *Kémia*: oldatok összetétele

Témakör: **Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0 + 20

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 10. évf. végére:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot;
- megold másodfokúra visszavezethető egyenleteket;
- szélsőérték-problémákat old meg másodfokú függvények, illetve közepek alkalmazásával.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása

- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel (számológép használata) és grafikusán
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- Négyzetgyökös egyenletek megoldása
- A másodfokú egyenlet diszkriminánsának előjele és az egyenlet megoldásainak száma közötti összefüggés ismerete
- Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek megoldása
- Egyszerű törtes egyenletek megoldása
- Két pozitív szám számított középértékeinek (számtani, mértani, négyzetes, harmonikus), valamint, az $H \leq M \leq Sz \leq N$ egyenlőtlenségek ismerete
- $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ bizonyítása
- Feladatok megoldása számtani és mértani közép közötti összefüggés alapján
- Másodfokú szélsőérték-feladatok megoldása
- A másodfokú egyenlet megoldóképletének bizonyítása
- A gyökök és együtthatók közötti összefüggések alkalmazása, bizonyítása
- Másodfokú paraméteres egyenletek megoldása
- Törtes egyenletek megoldása
- Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek megoldása
- Másodfokúra visszavezethető egyenletek (új ismeretlen bevezetése), egyenletrendszerek megoldása
- Legfeljebb két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek megoldása
- Racionális gyökök keresése Viète-formulák segítségével
- Számtani, mértani, négyzetes és harmonikus közép, hatványközép, és a köztük lévő egyenlőtlenség. (Algebrai bizonyítás két- és több tagra.)
- Szélsőérték-feladatok közepek segítségével
- Másodfokú egyenlőtlenségek
- Másodfokú egyenletrendszer
- Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek
 - Ekvivalens és nem ekvivalens egyenletmegoldási lépések
 - Hamis gyök, gyökvesztés
- Paraméteres másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek
 - Szimmetrikus együtthatójú egyenletek

FOGALMAK

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényező alak, ekvivalens átalakítás
számtani közép, mértani közép, harmonikus közép, négyzetes közép, hatványközép

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során

- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről
- Hétköznapi életből vett és matematikai szélsőérték-problémák megoldása több módszerrel (függvényábrázolással, algebrai átalakítással, számtani-mértani közép segítségével)
- *Fizika*: fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása, egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája
- *Matematikatörténet*: részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán számítógépes program segítségével
- Gyökös egyenleteknél hamis gyökök
- *Matematikatörténet*: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága. Cardano, Galois, Abel.

TÉMAKÖR: A FÜGGVÉNY FOGALMA, FÜGGVÉNYTULAJDONSÁGOK

JAVASOLT ÓRASZÁM: 15 + 0 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- felrajzolja a lineáris, az abszolútérték, a lineáris törtfüggvény és a másodfokú függvény grafikonját;
- Tetszőleges függvényt transzformál;
- ezen függvények a grafikonjairól megállapítja függvények alapvető tulajdonságait (ÉT, ÉK, zérushely, szélsőértékek, monotonitás, korlátosság, periodicitás, paritás).
- felrajzolja az előjel-, egészrész-, törtrészfüggvény grafikonját;
- felrajzolja, jellemzi, transzformálja a négyzetgyökfüggvény grafikonját ($f(cx + d)$);
- felrajzolja és jellemzi az n -edik gyök függvény grafikonját;
- megadott függvényekből tud összetett függvényt képezni, függvény inverzét venni.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű

- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Az alapvető függvénytani fogalmak pontos definíciójának ismerete
- A függvények összege, különbsége, szorzata és hányadosa fogalmának ismerete és alkalmazása
- A függvények megszorítása (leszűkítése) és kiterjesztése fogalmának ismerete és alkalmazása
- Az inverzfüggvény fogalmának ismerete és alkalmazása
- Az összetett függvény fogalmának, képzési módjának ismerete, alkalmazása
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák

megoldására

- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:
 - $x \mapsto ax + b$
 - $x \mapsto x^2$
 - $x \mapsto ax^2 + bx + c$
 - $x \mapsto \sqrt{x}$
 - $x \mapsto \frac{1}{x}$
 - $x \mapsto |x|$
 - $x \mapsto \frac{a}{x}$
 - $x \mapsto x^n$ ($n \in \mathbb{N}^+$)
- Tudjon a felsorolt függvényekből összetett függvényeket képezni
- Lineáris függvények (lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban)
- Másodfokú függvény (teljes négyzetté kiegészítés)
- Fordított arányosságot leíró elsőfokú törtfüggvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Négyzetgyökfüggvény
- Abszolútérték függvény (több abszolútértéket tartalmazók is)
- Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény, Dirichlet-függvény
- Függvény korlátossága; szuprémum, infimum
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$, $f(cx)$, $cf(x + b) + d$, $cf(ax) + d$ és $f(cx + d)$ (A transzformációk rendszerezése, transzformációs sorrend)
- Függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Injektív, szürjektív, bijektív leképezések
- A függvények periodicitás, paritás, korlátosság szempontjából való jellemzése
- A függvények tulajdonságainak meghatározása az alapfüggvények ismeretében, transzformációk segítségével
- A konvexitás és konkavitás fogalmának ismerete, alkalmazása
- Másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok megoldása

FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás, konvexitás, konkavitás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-

feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése

- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével
- *Fizika*: ideális gáz, izoterma (a fordított arányosságnál)

TÉMAKÖR: GEOMETRIAI ALAPISMERETEK

JAVASOLT ÓRASZÁM: 7 + 0

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- tisztában van az alapfogalmak és az axiómák jelentőségével.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel;
- ismeri a szakaszfelező merőleget és a szögfelezőt mint bizonyos tulajdonságú ponthalmazokat;
- megold szerkesztési feladatokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása
- Geometriai alapfogalmak, axiómák
- Nemeuklideszi geometriák (említés szintjén)
- Térelemek; kölcsönös helyzete, távolsága, szöge síkban és térben
- Nevezetes ponthalmazok rendszerezése
 - adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben
 - két térelemtől egyenlő távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben

- parabola, ellipszis, hiperbola
- Két vagy három feltételnek megfelelő ponthalmazok szerkesztése

FOGALMAK

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúciszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező, parabola, ellipszis, hiperbola

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

TÉMAKÖR: HÁROMSZÖGEK

JAVASOLT ÓRASZÁM: 25 + 8

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választát;
- kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri a háromszögek egybevágóságának alapeseteit;
- a háromszögek egybevágóságát alkalmazza tételek bizonyításában, feladatok megoldásában;
- ismeri és bizonyítja a háromszög területére vonatkozó $T = rs$, $T = r_a(s - a)$ képletet és a Heron-képletet (ennek bizonyítása emelten már nem követelmény);
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását;
- ismeri a paralelogramma-tételt és a háromszög súlyvonalképletét;
- bizonyítja a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételeket.

a 10. évf. végére:

- ismeri a háromszögek hasonlóságának alapeseteit;
- a háromszögek hasonlóságát alkalmazza tételek bizonyításában, feladatok megoldásában;
- bizonyítja és alkalmazza a befogótételt és magasságtételt.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van)
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, magasságpont, súlyvonal, súlypont, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- Háromszög hozzáírt körei
- Középvonalak (négyszögek középvonalai is).
- Magasságvonalak – magasságpont
- Súlyvonalak – súlypont
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
 - Mikor hegyesszögű, illetve tompaszögű a háromszög?
 - Parallelogramma-tétel, súlyvonalképlet
 - Négyszög átlói merőlegességének a feltétele
 - Heron-képlet
- A Pitagorasz-tétel megfordításnak bizonyítása
- Háromszög területének kiszámítása, a hozzáírt körrel kapcsolatos területképlet is
- A magasságtétel és a befogótétel alkalmazása a nevezetes közepek megszerkesztésére és a köztük fennálló egyenlőtlenségek bizonyítására
- A magasság- és a befogótétel bizonyítása

FOGALMAK

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
- A magasságtétel és a befogótétel alkalmazása a nevezetes közepek megszerkesztésére és a köztük fennálló egyenlőtlenségek bizonyítására
- Két pont távolsága a koordináta-síkon (a koordináta-geometria előkészítése)
- *Matematikatörténet*: Pitagorasz
- Ceva- és Menelaosz-tétel

TÉMAKÖR: NÉGYSZÖGEK, SOKSZÖGEK

JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 + 4

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét, átlóinak számát;
- ismeri a paralelogramma néhány karakterisztikus tulajdonságát.

a 10. évf. végére:

- speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása;
- ismeri a négyszögek egybevágóságának és hasonlóságának feltételeit, ezeket alkalmazza;
- bizonyítja a húrnegyszögek és érintőnegyszögek tételét, ismeri a tételek megfordítását;
- ismereteit alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri (és alkalmazza) a Ptolemaiosz-tételt.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással

FOGALMAK

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

TÉMAKÖR: A KÖR ÉS RÉSZEI

JAVASOLT ÓRASZÁM: 9 + 10

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását;

a 10. évf. végére:

- alkalmazza a körrel kapcsolatos tételeket: kerületi- és középponti szögek tétele, kerületi szögek tétele, húrszakaszok tétele, körhöz külső pontból húzott érintő- és szelőszakaszok tétele.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- Annak bizonyítása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel és megfordításnak bizonyítása
- Szög mérése ívmértékkel; fok és ívmérték közti kapcsolat ismerete, alkalmazása
- Bizonyítsa és alkalmazza feladatokban a kerületi és középponti szögek tételét és a kerületi szögek tételét
- Ismerje és használja a látókör fogalmát
- Bizonyítsa a húrnégyszögek és az érintőnégyyszögek tételét, ismerje a tételek megfordítását. Ismereteit alkalmazza feladatok megoldásában.
- Húrnégyszög tételének megfordításának ismerete és bizonyítása
- Érintőnégyyszögek tétele és megfordítása
- A talpponti háromszög tulajdonságai
- Húrszakaszok tétele
- Érintő- és szelőszakaszok tétele
- Aranymetszés
- Pontnak körre vonatkozó hatványa

FOGALMAK

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok
ívmérték, radián

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó

- körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
- Trimino alkalmazása a fok és az ívmérték közötti kapcsolat játékos gyakorlására
- *Matematikatörténet: Thalész, Ptolemaiosz, Apollóniusz*
- Apollóniusz-kör

TÉMAKÖR: TRANSZFORMÁCIÓK, SZERKESZTÉSEK

JAVASOLT ÓRASZÁM: 11 + 8

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri a geometriai transzformációk és a függvények kapcsolatát;
- tudja pontosan megfogalmazni az egybevágósági transzformációk definícióit, a síkidomok egybevágóságának fogalmát, valamint a sokszögek egybevágóságának feltételét;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- ismeri és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágóságának alapeseteit;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét hagyományosan és digitális eszközzel;
- megszerkeszti egy alakzat pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolját hagyományosan és digitális eszközzel;
- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat, vektorokkal kapcsolatos műveleteket végez;
- az egybevágósági transzformációkat alkalmazza szerkesztési feladatokban, minimális út meghatározásánál;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit;
- ismer példát térbeli egybevágósági transzformációkra.

a 10. évf. végére:

- ismeri a középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció definícióját;
- ismeri és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét, a tétel megfordítását és a párhuzamos szelőszakaszok tételét;
- tudja, hogy az iménti tételekből következnek a középpontos hasonlósági transzformáció tulajdonságai;
- ismeri és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek hasonlóságának alapeseteit;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;

- bizonyítja és alkalmazza a belső szögfelező tételt;
- ismeri és alkalmazza feladatokban a merőleges vetítést.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságai (szögtartás, távolságtartás, irányítástartás, egyenes képe egyenes, fixpont, fix egyenes, fix sík)
- „Lekváros kenyeres” feladatok (egybevágósági transzformációk alkalmazása szerkesztési feladatokban)
- Geometriai szélsőérték-feladatok.
 - Minimális út, háromszögbe írt minimális kerületű háromszög.
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása (Például a paralelogramma karakterisztikus tulajdonságai)
- Négyszögek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diskusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
- A vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása
- A párhuzamos szelők tétele és megfordítása, párhuzamos szelőszakaszok tétele és következményeik:
 - Szakasz arányos osztása
 - Negyedik arányos szerkesztése
 - Szögfelezőtétel
 - Párhuzamos szelőszakaszok tétele
- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- Euler-egyenes
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek hasonlóságának alapesetei
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)
- Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok
-

FOGALMAK

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok abszolútértéke, nullvektor, ellentett vektor, vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgatós, színezős) páros munkában
- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján
- A háromszögek egybevágóságának és hasonlóságának alapeseteinél a szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése (Pl. ha a szögek páronként megegyeznek, akkor hasonló, ebből viszont következik a megfelelő oldalak arányának egyenlősége)
- *Vizuális kultúra*: az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
- *Földrajz*: térképkészítés, térképolvasás

TÉMAKÖR: VEKTOROK

JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 + 11

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat, vektorokkal kapcsolatos műveleteket végez (többféle módszerrel is tud két vektort összeadni és kivonni).

a 10. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza a vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságokat;
- meghatározza osztópont helyvektorát, háromszög, négyszög, tetraéder súlypontjának helyvektorát;
- ismeri a vektorfelbontást, vektorkoordináták meghatározását adott bázisrendszerben;
- számol vektorkoordinátákkal;
- vektorokat alkalmaz feladatok megoldásában, tételek bizonyításában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Műveletek vektorokkal:
 - Összeadás, kivonás, számmal való szorzás

- Ismeri az egyértelmű vektorfelbontás tételét
- Osztópont helyvektora, háromszög súlypontjának helyvektora, Feuerbach-kör
- Háromszög magasságpontjának helyvektora
- Vektorok térben
- Vektor koordinátái
- Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel

FOGALMAK

vektor, vektorok összege, különbsége; vektorfelbontás, vektor koordinátái

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- *Fizika*: erők összege

TÉMAKÖR: TRIGONOMETRIA

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0 + 18

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai és fizikai feladatokban is tudja alkalmazni a trigonometriai ismereteit.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 10. évf. végére:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- összefüggéseket ismeri hegyesszögek szögfüggvényei között;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- ismeri a szögfüggvények kiterjesztésének definícióját, azok geometriai megjelenítését;
- alkalmazza forgásszögekre a középszinten szereplő összefüggéseket;
- hegyesszögre visszavezetéssel is meg tudja határozni a szögfüggvények értékét;
- egyszerű trigonometrikus egyenletet megold (grafikusan is);
- ábrázolja, jellemzi a trigonometrikus függvényeket és azok transzformációit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Nevezetes szögek szögfüggvényei:
 - 30° ; 60° ; 45° (megtanulandók)
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Szinusz, koszinusz, tangens értelmezése tetszőleges forgásszög esetén
- Valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények ábrázolása, egyszerű transzformációk végrehajtása, a függvények jellemzése (értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás). A trigonometrikus függvények transzformáltjai

- Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása
- Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása

FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, kotangens ~~szinusztétel, koszinusztétel~~

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
- Interaktív digitális eszközök használata a valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények szemléltetéséhez
- A szögfüggvények szerepének bemutatása a harmonikus rezgőmozgást jellemző mennyiségekben

TÉMAKÖR: LEÍRÓ STATISZTIKA

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0 + 10

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 10. évf. végére:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel;
- diagramból gyakorisági táblázatot készít;
- kiszámítja adatsokaság középvértékeit;
- meg tud oldani középvértékekkel kapcsolatos gondolkodtató feladatokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középvértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén
- A középvértékek tulajdonságainak és alkalmazhatóságának ismerete

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhető-e az ismert középértékekkel
- Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
- Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása
- *Történelem*: történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).
- *Földrajz*: időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák.

TÉMAKÖR: VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0 + 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 10. évf. végére:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére ésszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz;
- feladatokban alkalmazza a valószínűség-számítás klasszikus (Laplace) modelljét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok

és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére

- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
- Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
- Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

11–12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

Bizonyos témakörök ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria és a térgeometria. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazzák matematikai tudásukat.

Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén 72 óra áll rendelkezésre. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	11. évf.	12. évf.
Halmazok, matematikai logika	8	8
Kombinatorika, gráfok	12	0
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	25	0

Exponenciális folyamatok vizsgálata	24	0
Sorozatok	28	14
Trigonometria, geometriai egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok, nevezetes egyenlőtlenségek	32	9
Koordinátageometria	35	0
Térgeometria	0	35
Leíró statisztika	0	11
Valószínűség-számítás	0	31
Rendszerező összefoglalás	16	72
Összes óraszám:	180	180

TÉMAKÖR: Halmazok, matematikai logika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 +8

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évf. végére:

- ismerje a halmazok ekvivalenciáját;
- ismerje a megszámlálhatóan végtelen halmaz definícióját;
- bizonyítsa egyszerűbb esetekben, hogy egy halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen;
- alkalmazza a teljes indukciós bizonyítási módszert;
- tudja, hogy a valós számok halmaza nem megszámlálható (kontinuum számosság).

a 12. évf. végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani;
- ismeri az axióma és az alapfogalom fogalmát;
- találkozik geometriai modellekkel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok
- Teljes indukció ismerete, alkalmazása
 - Összegképletek bizonyítása
 - Oszthatósági feladatok megoldása teljes indukcióval
 - Középek közti egyenlőtlenség bizonyítása (n -re)
- Halmazok ekvivalenciája. A természetes számokkal, ill. a valós számokkal ekvivalens halmazok.
- A valós számok halmaza nem megszámlálható. A valós számok halmazának és irracionális számok halmazának ekvivalenciája. A megszámlálható és a kontinuumszámosság.
- Egyenes, szakasz (nyílt és zárt), körvonal pontjainak halmaza, körlemez és négyzet, háromszög és négyzet stb., gömbfelület és sík stb. poliéder és gömb stb. pontjainak halmaza között egyértelmű leképezés van.

- Valós számok és végtelen hosszú 0-1 sorozatok ekvivalenciája. Sík és egyenes ekvivalenciája és ennek következményei: n -dimenziós tér, n -edfokú polinomok, komplex számok stb. és valós számok ekvivalenciája.
- Cantor-féle átlós módszer

FOGALMAK

logikai műveletek, axióma, alapfogalom, konstruktív- és egzisztenciabizonyítás, halmazok ekvivalenciája

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok
- Kontinuumhipotézis
- Gödel nemteljességi tétele
- További lehetőségek: Az algebrai számok halmaza megszámlálható.

TÉMAKÖR: **Kombinatorika, gráfok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 + 0

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évf. végére:

- tud visszatevéses mintavételt számítani
- tud visszatevés nélküli mintavételt számítani

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- Ismétléses kombináció
- Kombinatorikai feladatok megoldása a komplementer esetek meghatározásának segítségével
- Gráf vagy komplementere összefüggő
- Részhalmazok ábrázolása bináris fákkal
- Irányított gráf
- Ramsey-típusú feladatok

FOGALMAK

faktoriális, binomiális együttható; páros gráf

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Anagramma készítése a tanulók neveiből

- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
- Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése
- Turán tétel egyszerű esetekben
- Egyszerű gráf algoritmusok (legrövidebb út, szélességi keresés)
- Feszítő fa

TÉMAKÖR: **Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus**

JAVASOLT ÓRASZÁM: 25

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évfolyam végére:

- ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.
- ismeri a permanencia-elvet;
- tud exponenciális egyenleteket, egyenletrendszereket megoldani;
- tud egyszerű logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása a logaritmus azonosságai segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- A permanencia-elv ismerete
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Exponenciális egyenleteket, egyenletrendszerek megoldása
- Az exponenciális függvények ($x \mapsto a^x$) ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra – ennek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- A logaritmus azonosságai – ismerje, bizonyítsa és alkalmazza
- A más alapú logaritmusra való áttérés szabályának ismerete és alkalmazása
- Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:

- $x \mapsto a^x$
- $x \mapsto \log_a x$
- Egyszerű logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása

FOGALMAK

n -edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
- Annak bemutatása, hogy a logaritmus segítségével hogyan lehet számok szorzását számok összeadására visszavezetni
- A logaritmus-táblázat és a logarléc mint matematikatörténeti érdekességek megismertetése
- Érdekességek a prímszámok eloszlásával kapcsolatban

TÉMAKÖR: Exponenciális folyamatok vizsgálata

JAVASOLT ÓRASZÁM: 24

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évfolyam végére:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket, egyenletrendszereket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve,

ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

FOGALMAK

Nincsenek új fogalmak.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

TÉMAKÖR: **Sorozatok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: 28 + 14

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a sorozat fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évfolyam végére:

- tud sorozatot jellemezni (korlátosság, monotonitás);
- ismeri a konvergencia szemléletes fogalmát, valamint ismeri és alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozat definícióját;
- alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételeket;
- megállapítja konvergens sorozatok véges és végtelen határértékét;

a 12. évfolyam végére:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában;
- tudjon gyűjtőjárdékot és törlesztőrészletet számolni;
- ismeri és alkalmazza egyszerű feladatokban a végtelen mértani sor fogalmát, összegét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n -edik tag (levezetéssel), az első n tag összege

- Mértani sorozat, az n -edik tag (levezetéssel), az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Tizedestört alakban megadott racionális szám közösleges tört alakjának meghatározása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása
- Sorozat jellemzése (korlátosság, monotonitás)
- A konvergencia szemléletes fogalma, valamint ismeri és alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozat definícióját.
- Alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételeket
- Ismerje és alkalmazza egyszerű feladatokban a végtelen mértani sor fogalmát, összegét.

FOGALMAK

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet, e

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

TÉMAKÖR: Trigonometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 32 + 9

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évfolyam végére:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöveget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét;

- alkalmazza ismereteit geometriai egyenlőtlenségek és szélsőérték-feladatok megoldásában.

a 12. évfolyam végére:

- ismeri és alkalmazza a neves/nevezetes egyenlőtlenségeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Ismeri és tudja ábrázolni, jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:
 - $x \mapsto \sin x$
 - $x \mapsto \cos x$
 - $x \mapsto \operatorname{tg} x$
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Bizonyítsa a háromszög területének kiszámítására használt képleteket, továbbá ismerje és összefüggést (bizonyítással)
- nusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Nevezetes négyszögek és szabályos sokszögek területképleteinek bizonyítása
- Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket ($\sin(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha+\beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$).
- Bizonyítja a koszinusztételt
- Definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő, és másodfokúra visszavezethető trigonometrikus egyenletek megoldása
- Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek megoldása
- Sugár-egyenlőtlenség, Erdős-Mordell egyenlőtlenség, izoperimetrikus tételek, skalárszorozattal igazolható geometriai egyenlőtlenségek
- Neves/nevezetes egyenlőtlenségek
 - Jensen-egyenlőtlenség
 - Nesbitt-egyenlőtlenség
 -

FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése

- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
- Interaktív digitális eszközök használata a valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények szemléltetéséhez
- A szögfüggvények szerepének bemutatása a harmonikus rezgőmozgást jellemző mennyiségekben

TÉMAKÖR: **Koordinátageometria**

JAVASOLT ÓRASZÁM: 35

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évfolyam végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- ismerje a parabola fogalmát;
- ismeri és alkalmazza feladatokban a vektor 90° -os elforgatottjának koordinátáit, valamint a skalárszorzat kiszámítását vektorok koordinátáiból;
- bizonyítsa a skalárszorzat koordinátákból való kiszámítására vonatkozó tételt;
- tudja koordinátaikkal adott vektorok hajlásszögét meghatározni;
- tudja levezetni a kör egyenletét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Igazolja a szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó

összefüggéseket

- Igazolja és alkalmazza a háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Ismeri egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit
- Tudja síkbeli egyenesek hajlásszögét meghatározni
- Tudja többféle alakban felírni és levezetni az egyenes egyenletét a síkban különböző kiindulási adatokból
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében
- Vektorok skaláris szorzata definíciójának, tulajdonságainak ismerete és alkalmazása
- Tudja koordinátáikkal adott vektorok hajlásszögét meghatározni
- Az egyenes egyenletének irányvektoros és normálvektoros alakja
- Kör és egyenes kölcsönös helyzetének meghatározása
- Kör adott pontjába húzható érintő egyenletének felírása
- Ismerje a kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolatát
- Tudja meghatározni kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontját és sugarát
- Tudja meghatározni kör és egyenes metszéspontját
- Tudja felírni a kör adott pontjában húzott érintő egyenletét
- Tudja meghatározni két kör kölcsönös helyzetét, metszéspontjait
- Tudja levezetni a parabola $x^2=2py$ alakú egyenletét
- Tudjon feladatokat megoldani az y tengellyel párhuzamos tengelyű parabolákkal
- Ismeri az ellipszis és a hiperbola fogalmát, egyenletét
- Gömb egyenlete
- Sík egyenletének Hesse-féle normálalakja
- A rácsgeometria elemei (Paralelogramma rács, háromszögrács, üres rácsháromszög, Pick tétel)

FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete; irányvektor, normálvektor, skaláris szorzat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

- Hétköznapi helyzetek, mozgások, tervrajzok modellezése koordináta-geometriai eszközökkel
- A skaláris szorzat előfordulásának megmutatása fizikai mennyiségeknél
- Dandelin-gömb
- Egyenesek és síkok hajlásszögének számítása

TÉMAKÖR: **Térgeometria**

JAVASOLT ÓRASZÁM: 35

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 12. évfolyam végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszáat;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételket;
- tudja kitérő egyenesek távolságát és hajlásszögét meghatározni;
- bizonyítja a csonkagúla és csonkakúp térfogatképletét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú

- tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 11

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 12. évfolyam végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási

- mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- Adathalmazok összehasonlítása sodrófa-diagramok alapján
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- A következő fogalmak ismerete és alkalmazása: súlyozott számtani közép, átlagos abszolút eltérés
- Tudjon választani az adathalmazt jól jellemző középértéket, és tudjon a választása mellett érvelni
- Tudjon statisztikai adatokat értelmezni, értékelni, azokból tudjon statisztikai következtetéseket levonni
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése
- Hisztogram

FOGALMAK

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

TÉMAKÖR: Valószínűségszámítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 31

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 12. évfolyam végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására

- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- Definiálja és alkalmazza a középszinten felsorolt fogalmakat
- Definiálja és alkalmazza a feltételes valószínűség fogalmát
- Tudja értelmezni a binomiális eloszlást (visszatevéses modell) és a hipergeometriai eloszlást (visszatevés nélküli modell). Tudjon ezek alkalmazásával konkrét valószínűségeket kiszámítani.
- Geometriai eloszlás
- Teljes valószínűség tétele
- Bayes-tétel
- A nagy számok törvénye
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

FOGALMAK

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérméssel dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

Biológia-kémia, Idegen nyelv és Humán emelt óraszámú osztályok

9-10. évfolyamon heti 3 óra

(48.-76. oldal)

Heti és éves óraszámok

	9. évf.	10. évf.
Kerettantervi óraszámok alapján heti /éves	3 /108	3/108
Helyi tantervi óraszámok alapján heti/éves	3/108	3/108

Tantárgyi struktúra, témakörök szétbontása

Témakörök a 9-10. évfolyamon	Kerettanterv javasolt óraszám (9-10)	9. évf.	10. évf.
Halmazok	10	10	0
Matematikai logika	10	0	10
Kombinatorika, gráfok	12	0	12
Számhalmazok, műveletek	8	8	0
Hatvány, gyök	14	6	8
Betűs kifejezések alkalmazása	10	12	0
Arányosság, százalékszámítás	12	8	0
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	18	18	0
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	12	0	16
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	16	10	8
Geometriai alapismeretek	8	4	0
Háromszögek	16	6	10
Négyszögek, sokszögek	10	5	5
A kör és részei	10	5	5
Transzformációk, szerkesztések	20	10	10
Leíró statisztika	10		10
Valószínűségszámítás	8	0	8
Kerettanterv szerinti összes (95%)	204	102	102
Számonkérés és ismétlés (5%)	12	6	6
összesen:	216	108	108

9. évfolyam

Témakör	Halmazok	Óraszám 10
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Különböző dolgok, tárgyak, elemek, fogalmak adott szempont szerinti csoportosítása, rendezése, összefüggések keresése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazok megadása különböző módokon.</p> <p>Halmazműveletek 2-3 halmazra: unióképzés, metszetképzés, különbség- képzés, komplementer halmaz.</p> <p>Definíciók megfogalmazása, megértése. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.</p>	<p>Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.</p> <p>Konkrét dolgok csoportosítása adott, vagy a tanulók által javasolt szempontok szerint. Szituációs játék, barkochba játék egy- egy halmaz, vagy egy-egy elem kitalálására.</p>	<p>Informatika: adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p>Biológia-egészségtan: rendszer- tan.</p>
<p>Halmazok számossága.</p> <p>Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok.</p> <p>Logikai szita módszere 2-3 halmaz elemszámának meghatározásához. n elemű halmaz részhalmazainak a száma.</p>	<p>A „végtelen szálloda” mint modell.</p> <p>Mindennapi életből vett feladatok.</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: mondatok, szavak, hangok rendszerezése.</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Kulcsfogalmak/Fogalmak	alaphalmaz, részhalmaz, üreshalmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram, halmazműveletek, halmazok elemszáma, logikai szita.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - halmazokat különböző módon megad - halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi - alkalmazza a logikai szita elvét - véges halmazok elemszámát meghatározza 	

Témakör	Számhalmazok, műveletek	Óraszám 8
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejen, írásban. Műveletek előjeles számokkal. Műveletek sorrendje, zárójelek használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Számhalmazok felépülése.</p> <p>Racionális számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Átírás.</p> <p>Irracionális számok. A valós számkör.</p> <p>Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás, zárójelek helyes használata.</p> <p>A valós számok és a számeqyenes kapcsolata.</p>	<p>Számológép helyes használatának elsajátítása, pl. műveleti sorrend, zárójelek, előjelek.</p> <p>Egyszerű szöveges összefüggések leírása matematikai jelekkel, halás és olvasás alapján.</p> <p>Tanulói kiselőadás helyiértékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásáról.</p>	<p>Természettudományok: mértékegységek, nagyságrendek.</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Számok abszolútértéke, ellentettje, reciprok. Adott jegyre kerekítés, észszerű kerekítés.		Becslés, nagyságrendek ellenőrzése. Tanteremben végzett mérések esetén megfelelő kerekítés.	
Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes ki- alakítása, majd definiálása.		Matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Racionális szám, irracionális szám, valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás, abszolútérték, ellentett, reciprok, nyílt intervallum, zárt intervallum		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - műveleti azonosságok helyes használata - racionális számokat tizedestörtbe és rendes törtbe is felír - ismeri az intervallumokat, abszolútérték, ellentett és reciprok fogalmát - a számolással kapott eredményt nagyságrendileg megbecsüli, - megfelelően kerekít 		

Témakör	Hatvány, gyök	Óraszám 6
Előzetes tudás	Hatványozás pozitív egész kitevőre. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen.		A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.	Fizika; kémia; biológia- a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hatványozás Pozitív egész, 0, és negatív egész kitevőre. Hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése. hatványazonosságok bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevőre.		Csoportmunka: papírlap hajtogatási feladat 2,3,5 hatványainak felismerése	Természettudományok: mértékegységek törtrészei és többszörösei.
Kulcsfogalmak/Fogalmak	normálalak, hatványalap, hatványkitevő, négyzetgyök		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza az egész kitevős hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait - ismeri és alkalmazza a normál alakot 		

Témakör	Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	Óraszám
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Algebrai kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtekfejezések. A kifejezés értelmezési tartománya. Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.		Fizika; kémia: mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfel- bontás, előjelszabályok.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazásával</p>	<p>„Gondolj egy szára és én kitalálom” játék, matematika bú- vésztrükkök algebrai magyarázata</p>	
<p>Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$; $(a+b) \cdot (a-b)$; <i>további nevezetes azonosságok</i></p> <p>Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása.</p> <p>Egyszerű másodfokú polinom teljes négyzetté alakítása.</p>	<p>Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése.</p> <p>Nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése.</p> <p>Számolási „trükkök” fejben, azonosságok segítségével.</p>	
<p><i>Oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös fogalma</i></p>		
<p>Azonos átalakítások.</p> <p>–Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse.</p> <p>–Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés.</p> <p>A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során.</p>		<p>Fizika; kémia: képletek értelmezése, egyenletek rendezése.</p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>összeg, tag, tényező, egynemű kifejezés, együttható, polinom, teljes négyzet, algebrai tört, azonosság</p>	
<p>Továbbhaladás feltétele</p>	<p>- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel, - ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat, - átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával</p>	

Témakör	Arányosság, százalékszámítás	Óraszám 8
Előzetes tudás	mértékegységek átváltása, egyenes arányosság, fordított arányosság	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az egyenes és a fordított arányosság definiálása és grafikus ábrázolása. Arányossági feladatok megoldása. Legyen stabil a százalék fogalma. Százalékszámítással kapcsolatos feladatok megoldása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Egyenes és fordított arányosság fogalma. Alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során. Grafikon felismerése, készítése Mindennapi életből vett mennyiségpárok.	Gyűjtőmunka (egyéni, csoportos): szakácskönyvek, gépjármű-katalógusok stb. tanulmányozása, arányosságok keresése.	Fizika: egyenes és fordított arányos mennyiségek. pl. Út-idő grafikon , nyomás-tér- fogat grafikon
Százalékszámítási feladatok Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó egyszerű feladatok	Háztartási számlák elemzése az azokban megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével. Törtrészek és százalék közötti kapcsolat, egyszerű százalékok fejben gyakoroltatása.	Fizika, kémia, földrajz, informatika: százalékszámítási feladatok, százalékos adatok értelmezése. Keverékes feladatok. Állampolgári ismeretek: THM, EBKM fogalma.
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyenes arányosság, fordított arányosság, százalék alap, százalékláb, százaléérték	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri a százalék alap, -érték, -láb, -pont fogalmát - ismeri és alkalmazza az egyenes és fordított arányosságot 	

Témakör	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	Óraszám 18
Előzetes tudás	Egyszerű elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának be- látása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően.
---	---

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalma. Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása, algebrai azonosságok alkalmazása.	Adott egyenlethez szóveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportban.	
Törtés egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége. Törtek előjelének vizsgálata.		
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek.	Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során	
Elsőfokú egyenletrendszerek: Grafikus megoldás, behelyettesítő módszer, egyenlő együtthatók módszer. Egyenletrendszerrel megoldható szóveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata	Hiányos, túlhatározott, illetve el- lentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata.	Informatika: számítógépes program használata.
Egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvel és grafikusan.	Nyílt végű problémák megoldása	
Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szóveges feladatok megoldása	Út-idő-sebesség, közös munka- végzés, keveréses feladatok, pénz- ügyi és gazdasági tematikájú fel- adatok	Fizika: kinematika, dinamika. Kémia: oldatok összetétele
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Alaphalmaz, megoldáshalmaz, ellentmondás, azonosság, értelmezési tartomány, mérlegelvel, ekvivalens átalakítás, hamis gyök.	

Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none">- ismeri és alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás- tud megoldani elsőfokú egyenletet, egyenlőtlenséget, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszert
--------------------------------	--

Témakör	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	Óraszám 10
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény,.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés.	Összetett, valódi helyzetekkel, kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában	Földrajz, pénzügyi ismeretek: demográfiai, pénzügyi grafikonok
Függvény fogalma. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Függvények ábrázolása táblázat alapján. Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására. A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása	Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	Informatika: _ függvényábrázolás, grafikonkészítés.
Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása	Hétköznapi tevékenységekhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (pl. út-idő az iskolába való eljutáshoz)	Fizika; kémia: egyenesen arányos mennyiségek.

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Abszolút érték-függvény <i>Másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény</i> Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény. (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai Hozzárendelési utasítás leolvasása grafikonról.</p>			Fizika; kémia: fordítottan arányos mennyiségek.
<p>Függvény-transzformációk.</p> <ul style="list-style-type: none"> - A tanult függvények többlépcsős transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(x)$ Helyettesítési érték számolása, $f(x)=c$ alapján x meghatározása			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, érték-készlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - képlettel adott függvény hagyományosan és digitálisan ábrázol - megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket - adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, azokat táblázatba rendezi - grafikonról leolvast alapvető tulajdonságokat 		

Témakör	Geometriai alapismeretek	Óraszám 4
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, hajlásszöge. Alapszerkesztések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. Síkbeli és térbeli analógiák felfedezése. A valóság tárgyainak jellemzése a geometriai fogalmak segítségével, absztrakciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Pont, egyenes, sík kölcsönös helyzete Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolsága, hajlásszöge.		Osztályteremben „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezen távolságok megmérése. Méterarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése	Földrajz: térképészet, arányos távolságok meghatározása Képzőművészet, kertészet, szabás- varrás.
Szögfajták, szögek szerkesztése, szögmásolás. Nevezetes szögparok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcshögek, egyállású szögek, váltóshögek			
Nevezetes ponthalmazok. Szakaszfelező merőleges és szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete. Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata.		Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, szögfelező, szakaszfelező merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcshögek, egyállású szögek, váltóshögek		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri a térelemek kölcsönös helyzetét és alkalmazza feladatokban - ismeri és alkalmazza a nevezetes szögparok tulajdonságait - alapszerkesztéseket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel 		

Témakör	Háromszögek	Óraszám 6
Előzetes tudás	Háromszögek tulajdonságai, speciális háromszögek elnevezései és tulajdonságai. Mértékegységek helyes átváltása. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel ismerete. Háromszög területe.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata
---	--

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
A háromszög oldalai, szögei és oldalai valamint szögei közötti összefüggések. Háromszög-egyenlőtlenség. A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban Speciális háromszögek tulajdonságai, szabályos, egyenlő szárú, derék- szögű.	Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzatokká.	
A háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak , tételek ismerete és alkalmazása: A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. A háromszög súlyvonalai, súlypontja. A háromszög középvonalai Oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása.	A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoft- ver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában.	
Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása. Számítási feladatok síkban és térben.	Derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása Pitagorasz –tételek megfelelően.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt és beírt kör	
Továbbhaladás feltétele	- ismeri és alkalmazza a háromszögre vonatkozó ismereteket, - ismeri és alkalmazza a Pitagorasz –tételt és megfordítását	

Témakör	Négyszögek, sokszögek	Óraszám 5
Előzetes tudás	Speciális négyszögek fogalmának , sokszög fogalmának ismerete. Négyszögek külső és belső szögeinek összegére vonatkozó tételek ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismerje és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket tudja kiszámítani; Ismeje és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; tudja kiszámítani a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét. Átdarabolással tudja kiszámítani a sokszögek területét.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Négyszögek Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságai. Belső és külső szögekre vonatkozó tételek		
Sokszögek. Szabályos sokszög fogalma. Átlók száma konvex sokszögeknél átlók száma, külső és belső szögösszegre vonatkozó tételek, azok bizonyítása és alkalmazása.	Belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög	
Továbbhaladás feltételei	ismeri és alkalmazza a négyszögekre és sokszögekre vonatkozó ismereteket ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait,	

Témakör	A kör és részei	Óraszám 5
Előzetes tudás	Kör definíciója, kerülete, területe	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismerje a körérintő fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral; Ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását. Bizonyítási igény kialakítása.
---	---

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Thalész tétele és a tétel megfordításának ismerete és alkalmazása. A Thalész-tétel bizonyítása	Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával. Állítás, és megfordításának gyakorlása	Fizika: látószög fogalma
Kör érintője és az érintési pontba húzott sugár merőlegessége. A külső pontból húzott érintőszakaszok tétele. <i>Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése.</i>		Fizika: a körmozgást végző test sebessége
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, látószög	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza Thalész –tételét és megfordítását - ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral, az érintőszakaszok egyenlőségét 	

Témakör	Transzformációk, szerkesztések	Óraszám 10
Előzetes tudás	Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, párhuzamos eltolás, forgatás. Szimmetrikus alakzatok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A transzformációk során megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Geometriai transzformáció fogalma.</p> <p>Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel.</p> <p>Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás.</p> <p>Vektorok fogalma, párhuzamos eltolás.</p> <p>Egybevágósági transzformációk tulajdonságai:</p> <p>Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása.</p> <p>Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel, diszkusszió.</p>	<p>Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésre, pl. fényképezés, filmvetítés.</p> <p>Tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok páros munkában.</p>	<p>Fizika: vektormennyiségek, vektorműveletek</p> <p>Fizika: elmozdulásvektor, forgások.</p> <p>Földrajz: bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.</p>
<p>Az egybevágóság fogalma.</p> <p>A háromszögek egybevágóságának alapesetei.</p> <p>Alakzatok egybevágósága.</p>	<p>Sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével.</p>	
<p>Szimmetrikus alakzatok.</p> <p>Egybevágó alakzatok, szimmetriák felismerése</p> <p>A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.</p>	<p>Escher és Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából.</p>	<p>Vizuális kultúra: kifejezés, képzőművészet, művészettörténeti stíluskorszakok</p> <p>Biológia-egészségtan: az emberi test síkjai, szimmetriája.</p> <p>Építészeti alkotások</p>
<p>Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok.</p> <p>Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása feladatokban, tételek bizonyításában.</p>	<p>Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel, diszkusszió.</p>	
<p>A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala.</p> <p>A középpontos tükrözés alkalmazása.</p>		
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket - ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát - megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolját hagyományosan és digitális eszközzel 	

10.évfolyam

Témakör	Matematikai logika	Óraszám 10
Előzetes tudás	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hét- köznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása. Állítás logikai értékének megállapítása (igaz-hamis) feladatokban. Állítás tagadása egyszerű feladatokban. Érvelés és vita, ellenpélda szerepe	Hétköznapi életből vett feladatok megoldása. Más tantárgyakból vett feladatok illetve a matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.	Magyar nyelv és irodalom: retorikai alapismeretek Szövegértés bármely tantárgyban.

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
A „nem” , az „és” , a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása. A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értéke és tagadása. A „ Ha ...akkor” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értéke és tagadása.	Stratégiai és logikai játékok. „Szigetlakó”, „ki a tettes” típusú feladatok csoportmunkában.	Állampolgári ismeretek: tudatos pénzügyi tervezés.
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Tétel, bizonyítás, igaz-hamis, „nem”, „és”, „vagy... , vagy”, „ha..., akkor”, „akkor és csak akkor”	
Továbbhaladás feltétele	A tanuló lássa a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; Tudja megállapítani egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; Tudjon egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.	

Témakör	Kombinatorika, gráfok	Óraszám 12
Előzetes tudás	Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása. A szorzási elv alkalmazása. $n!$, n^k típusú feladatok.	Hétköznapi életből vett feladatok megoldása rendszerezett leszámolással. Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű feladatokhoz számszöveg írása, „feladatküldés” csoportmunkában. Téves megoldású kombinatorika-feladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása	Sport: csapatjátékok
Gráf alkalmazása konkrét hétköznapi matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában	Kémia: molekulák szerkezete. Informatika: számítógépes hálózatok felépítése. Földrajz: térképek, úthálózat. Sport: csapatjátékok szemléltetése
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, gráf csúcsa, él	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására rendszerezés- sel - Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására matematikai problémákban - Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazására feladatok megoldásában - Összeszámlálási modellek alkalmazására feladatok megoldásában - Gráfok alkalmazására konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldá- sára 	

Témakör	Hatvány, gyök	Óraszám 8
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fej- ben, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számközbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Ismerje és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. Műveletek gyökös kifejezésekkel. Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése.	A pontos érték meghatározása igényének kialakítása A számológép célszerű alkalmazása a szükséges számításokban Többféle bizonyítási lehetőség be- mutatása (a <i>számtani- és mértani közép közti egyenlőtlenség bizonyítására</i>)	Fizika: fonalinga lengésideje, rezgésidő kiszámítása

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Az n-edik gyök fogalma és alkalmazása <i>n-edik gyök azonosságai</i>		A pontos érték kiszámításának igénye, illetve a számológép cél-szerű alkalmazása a szükséges számításokban.	Pénzügyi számítások: a kamatláb kiszámítása
Kulcsfogalmak/Fogalmak	négyzetgyök, n-edik gyök		
Továbbhaladás feltétele	- A négyzetgyök, és az n-edik gyök fogalmának, azonosságainak ismerete, a velük végzett műveletek magabiztos elvégzése mind a pontos érték, mind a közelítő érték meghatározásának tekintetében.		

Témakör	Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	Óraszám 16
Előzetes tudás	Mérlegelv, egyenletmegoldás lépései, nevezetes azonosságok, egyenlőtlenség fogalma, grafikus megoldás	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése. Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés. Ellenőrzés és válaszadás az ésszerűségi szempontokat figyelembe véve.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Másodfokú egyenletek megoldása. grafikus megoldás teljes négyzetté kiegészítés szorzattá alakítással mérlegelvel.		Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve	Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.
A másodfokú egyenlet megoldóképlete. Diszkrimináns. A gyöktényező alak.			

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása.		Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről.	
Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan.		Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során	
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.			Fizika, kémia: számítási feladatok
$\sqrt{x+c} = ax+b$ Értelmezési tartomány, ellenőrzés szerepe, szükségessége.			
<i>Két szám számtani- és mértani közepe, a köztük lévő egyenlőtlenség</i>			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezőző alak, ekvivalens átalakítás		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - problémának megfelelő matematikai modellt választ - a modellben kapott megoldást az eredeti problémába visszahelyettesítéssel értelmezi, ellenőrzi - megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, ismeri és alkalmazza a diszkrimináns, a megoldóképletet és a gyöktényezőző alakot - egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi 		

Témakör	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	Óraszám 8
Előzetes tudás	Függvény fogalma. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény. Függvények tulajdonságai.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Másodfokú függvények ábrázolása és jellemzése. (Ismétlés) Ábrázolás teljes négyzetté alakítással. Függvénytranszformációk. $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(x)$.		geometriai szerkesztő program használata	Informatika: függvényábrázolás, grafikonkészítés.
Négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése és függvény transzformációk végrehajtása. (Ismétlés)			
Helyettesítési érték számolása, $f(x)=c$ alapján x meghatározása			
Egyszerű másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati élethez kapcsolódó szélsőértékfeladatok		megoldása csoportmunkában	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, érték-készlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - képlettel adott függvényt hagyományosan és digitálisan ábrázol - adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, $f(x)=c$ megoldja - grafikonról leolvass alapvető tulajdonságokat 		

Témakör	Háromszögek	Óraszám 10
Előzetes tudás	Derékszögű háromszög, Pitagorasz-tétel. Háromszögek oldalaira és szögeire vonatkozó ismeretek. Speciális háromszögek. Háromszög területe.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Hegyes szögek szögfüggvényei</p> <p>Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben</p> <p>Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei</p> <p>Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense</p> <p><i>Szögfüggvények általánosítása (szinusz), Szinuszfüggvény</i></p>		<p>A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása</p> <p>Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában</p>	<p>Fizika: erővektorfelbontása derékszögű összetevőkre</p>
<p>Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében.</p>		<p>Tetszőlegesen kijelölt háromszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben - alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban; - kiszámítja a háromszögek területét - válaszait megfelelő mértékegységben adja meg 		

Témakör	Négyszögek, sokszögek	Óraszám 5
Előzetes tudás	Speciális négyszögek fogalmának, sokszög fogalmának ismerete. Négyszögek külső és belső szögeinek összegére vonatkozó tételek ismerete. Négyszögek és tulajdonságai. Pitagorasz-tétel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Négyszögek területének meghatározása különböző módszerekkel	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással. Területszámítási feladatok megoldása.		Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan	
Szabályos sokszög területének kiszámítása			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; - ismeri a hosszúság, terület, térfogat, őrület, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. 		

Témakör	A kör és részei	Óraszám 5
Előzetes tudás	Egyenes arányosság. Kör fogalma, kerülete, területe. Középponti szög.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Körrel kapcsolatos ismeretek bővítése. A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek továbbfejlesztése. A geometriai feladatok algebrai eszközökkel történő megoldási képességének fejlesztése. Geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése. Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben, más tantárgyakban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása.	Annak felfedeztetése mérésrel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a körív hosszával; különböző méretű körök esetén kapott adatok táblázatba foglalása. Körívvel készíthető motívumok tervezése.	Fizika: szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. Földrajz: tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás. Képzőművészet, építészet, modellezés. Természeti környezet, kertépítés.
<i>Kerületi szög fogalma, tételek.</i>		

Kulcsfogalmak/Fogalmak	középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet
-------------------------------	--

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ki tudja számolni a kör részeinek területét, kerületét - geometriai feladatokban a mértékegységeknek megfelelően adja meg a választ 	

Témakör	Transzformációk, szerkesztések	Óraszám 10
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása a problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai.</p> <p>A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai.</p> <p style="padding-left: 40px;">Aránytartó transzformáció.</p> <p>Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.</p>	<p>Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)</p>	<p>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p> <p>Földrajz: térképkészítés, térképolvasás.</p>
<p>Hasonló alakzatok.</p> <p style="padding-left: 40px;">A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága.</p> <p>A hasonló síkidomok területének aránya.</p> <p>A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.</p>	<p>Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában</p>	<p>Vizuális kultúra: összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.</p>
<i>Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel.</i>		

Kulcsfogalmak/Fogalmak	középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya
-------------------------------	---

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének, valamint a hasonló testek felszínének, és térfogatának arányára vonatkozó tételeket. 	

Témakör	16. Leíró statisztika	Óraszám
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása hagyományos és internetes forrásból.</p> <p>Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel.</p> <p>Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont.</p> <p>Adatok értelmezése, következtetések levonása. Grafikus manipulációk felismerése és javítása</p>	<p>Adatgyűjtés megtervezése, pl. forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés lebonyolítása. A statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, eredmények szemléltetése, értékelése tanulói kiselőadás formájában.</p>	<p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</p>

Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.	Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy jellemezhető-e az ismert középértékekkel.	
--	---	--

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Kulcsfogalmak/Fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz, szórás		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására. - Ismeri a módusz és a medián, valamint a szórás fogalmát. - Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait 		

Témakör	17. Valószínűségszámítás	Óraszám 8
Előzetes tudás	Gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakoriság, relatív gyakoriság táblázatok készítése	Valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon	Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (dobások szabályos dobókockával, pénzérmével...).	Informatika: véletlenszám generálás, véletlen események szimulálása

Klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása	Különböző társasjátékokban nyeresi esély meghatározása. Szerencsjátékok esetében nyeresi esélyek összehasonlítása.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség	
Továbbhaladás feltételei	- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, fogalmát értelmezi és alkalmazza.	

Biológia-kémia emelt óraszámú osztályok

11-12. évfolyamon heti 4 óra

(77.-100. oldal)

11. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készüléskorán egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

Tematikai egység címe	Órakeret
1. Kombinatorika, gráfok	12 óra
2. Számelméleti ismeretek	4 óra
3. Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	30 óra
4. Exponenciális folyamatok vizsgálata	4 óra
5. Trigonometria	23 óra
6. Koordinátageometria	20 óra
7. Leíró statisztika	7 óra
8. Valószínűségszámítás	10 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret	22 óra
Ellenőrzés, számonkérés	12 óra
Az összes óraszám	144 óra

Témakör	Kombinatorika, gráfok		Óraszám
			12
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámhlási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása</p> <p>A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása</p> <p>Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül</p> <p>A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában</p>		<p>Anagramma készítése a tanulók neveiből</p> <p>A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével</p> <p>Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése</p> <p>Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátsszása, a tapasztalatok összegyűjtése</p>	<p>Földrajz: előrejelzések, tendenciák megfogalmazása</p> <p>Biológiaegészségtan: genetika</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat; – konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével 		

Témakör	Számelméleti ismeretek	Óraszám
		4
Előzetes tudás	oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, prímszám, összetett szám, számhalmazok, helyiértékes írásmód 10-es számrendszerben	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Szabályok betartása, korábbi ismeretek alkalmazása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a kapott eredmény összevetése a valósággal. Rendszerezés, kombinatív gondolkodás, számok felépítése prímszámokból, számok osztóinak és többszöröseinek kapcsolata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból (ismétlés)</p> <p>Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása</p> <p>Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)</p> <p>Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben</p> <p>Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata</p> <p>A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig</p> <p>Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete</p> <p>Példák irracionális számokra</p> <p>Számhalmazok műveleti zártsága</p>	<p>Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása</p> <p>Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények</p> <p>Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól</p> <p>Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás</p> <p>Halmazábra elkészítése.</p>	

Kulcsfogalmak/Fogalmak	természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek
Tovább haladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban; - ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat; - érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben; ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig

Témakör	Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	Óraszám
		30
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök. Valós számok halmaza	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hatványozás, négyzetgyök, n-edik gyök (ismétlés) Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén, permanencia-elv A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai	Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projekt munkában Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában	<i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A logaritmus értelmezése Áttérés más alapú logaritmusra</p> <p>Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához</p> <p><i>A logaritmus definíciójára épülő egyszerű logaritmos egyenlet megoldása.</i></p>		<p>Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével</p> <p>10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát – ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; – ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; – képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol; – adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli. 		

Témakör	Exponenciális folyamatok vizsgálata	Óraszám
Előzetes tudás	Törtkitevős hatvány, hatványozás azonosságai. Exponenciális egyenletek. Logaritmus fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	
		4

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban</p> <p>Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása</p> <p>A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p>	<p>Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban</p> <p>Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában</p> <p>Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése</p>	<p>Földrajz: erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.</p> <p>Fizika: radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket – egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi – matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; – adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; – a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; – a kiválasztott modellben megoldja a problémát; – a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát; – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát 	

Témakör	Trigonometria	Óraszám 23
Előzetes tudás	Háromszög, négyszög, szabályos sokszög. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense. Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei. Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével (Ismétlés)	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése	Fizika: vektormennyiség felbontása adott állású összetevőkre.
Színusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása. A színusztétel bizonyítása A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva Számítások négyszögekben, sokszögekben. Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása	Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában	Földrajz: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt – kiszámítja háromszögek területét; – ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; – átdarabolással kiszámítja sokszögek területét 	

Témakör	Koordinátageometria	Óraszám
Előzetes tudás	Koordináta-rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása	20
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A vektor</p> <p>vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása.</p> <p>A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal,</p> <p>műveletek ismerete és alkalmazása</p> <p>Vektorok alkalmazása feladatok megoldásába</p>	<p>Játék helyvektorokkal</p> <p>dinamikus geometriai szoftver használatával</p> <p>Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában</p>	<p>Fizika: vonatkoztatási rendszer, hely megadása.</p> <p>Fizika: erők összeadása komponensek segítségével,</p> <p>háromdimenziós képalkotás (hologram).</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Vektorok és pontok</p> <p>Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben</p> <p>Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben</p> <p>Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján</p> <p>Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái</p> <p>Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján</p> <p><i>Háromszög súlypontja. Szakasz harmadolópontja.</i></p>	<p>„Torpedójáték” koordináta-rendszerben</p> <p>Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével</p> <p>Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján</p>	<p>Informatika: ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban</p> <p>Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján</p> <p>Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái</p> <p><i>Normálvektor definíciója, egyenes normálvektoros egyenlete.</i></p>	<p>„Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenérendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével</p>	
<p>A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében</p> <p><i>Kör és egyenes metszéspontja.</i></p>	<p>„Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben</p>	
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete</p>	

Továbbhaladás feltétele

- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;

Témakör	Leíró statisztika	Óraszám
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.	7
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése</p>	<p>Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között A Simpson-paradoxon bemutatása példákon Az interneten található megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása</p>	<p>Történelem: népesség összetételére, nemzetiségi adatokra vonatkozó információk értelmezése, elemzése Informatika: nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p>
<p>Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése</p>	<p>Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; – hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; – ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására; – felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén 	

Témakör	Valószínűségszámítás	Óraszám
		10
Előzetes tudás	A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre</p> <p>Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására</p> <p>Példák ismerete független és nem független eseményekre</p> <p>A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása</p>	<p>Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában</p> <p>Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában</p>	<p>Fizika: egy részecske bolyongásának leírása többdimenziós euklideszi térben</p> <p>Brown-mozgás Wiener-folyamat</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események	

Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none">- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
--------------------------------	---

12. évfolyam

Tematikai egység címe	Órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	3 óra
2. Összefüggések, függvények, sorozatok	25+2 óra
3. Geometria	38+2 óra
4. Valószínűség, statisztika	8 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a)	39+6 óra
Ellenőrzés, számonkérés	5 óra
Az összes óraszám	128 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 3 óra
Előzetes tudás	Az „és”, „vagy”, „nem”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” szemléletes jelentése.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”, „akkor és csak akkor” .	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk	
	felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések – események).	<i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok
A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Logikai művelet. Igazságtáblázat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 27 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak.	

<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.</p>	
<p>Ismeretek</p>	<p>Fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>	<p>Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.</p>
<p>Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.</p>	<p>A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.</p>	
<p>Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.</p>	<p>A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.</p>	<p><i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.</p>
<p>Kamatokszámítás.</p>	<p>Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.</p>	<p><i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzélése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terület, felszín, térfogat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Valószínűség, statisztika	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.	Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.	
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz,	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus	
terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szórás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 45 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	

Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az
		igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámplálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		

Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i>
	hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	képletek használata
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		

A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x) + c, f(x - t), kf(x), f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, pont-halmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	

<p>Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.</p>	<p>Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.</p>	
<p>Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.</p>	<p>Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.</p>	
<p>Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.</p>		
<p>Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.</p>		
<p>Vektorok alkalmazásai.</p>		
<p>Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.</p>	<p>Geometria és algebra összekapcsolása.</p>	
<p><i>Valószínűség-számítás, statisztika</i></p>		

<p>Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.</p>	<p>Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.</p>
<p>Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.</p>	<p>A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Tételelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.</p>	

**A fejlesztés várt
eredményei a
12. évfolyam
végén**

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben.
- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.

Számтан, algebra

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.

Geometria

- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása speciális síkidomok és testek esetében.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel
- Ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

Idegen nyelv és humán emelt óraszámú osztályok

11-12. évfolyamon heti 5 óra

(101.-129. oldal)

11. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készüléskor egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	22 óra
2. Hatvány, gyök, exponenciális függvény, exponenciális folyamatok, logaritmus	30 óra
3. Osztthatóság, a számelmélet alapjai	8 óra
4. Vektorok	8 óra
5. Trigonometria	25 óra
6. Koordinátageometria	16 óra
7. Valószínűség-számítás	20 óra
8. Statisztika	12 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret	27 óra
Ellenőrzés, számonkérés	12 óra
Összesen:	5*36=180 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulya elv, logikai szita. Sorbarendezi és kiválasztási feladatok, gráfhasználat feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, foksám.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet: Erdős Pál.</i>	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Foksám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet: Euler.</i>	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Faktoriális, binomiális együttható, csúcs foksáma gráfban	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Hatvány, gyök, exponenciális függvény, exponenciális folyamatok, logaritmus	Órakeret 35 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Valós számok halmaza.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása	

	egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás). Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedezése.
--	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival. A logaritmus fogalma. A logaritmus azonosságai. Szorzat, hányados, hatvány logaritmusa <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe a Kepler-törvények felfedezésében.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása. Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.

Áttérés más alapú logaritmusra.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális és logaritmosus egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Oszthatóság, a számelmélet alapjai	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági	Az oszthatósági szabályok rendszerezése.	

<p>szabályok.</p> <p>Példák egyéb számokkal (pl. 7-tel) való oszthatóságra tízes számrendszerben.</p> <p>Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás.</p> <p>A számelmélet alaptétele.</p> <p>Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.</p> <p>Végtelen sok prímszám van.</p> <p>Osztók számának meghatározása a prímtényezős felbontásból.</p> <p>Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat.</p>	<p>Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban.</p> <p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból.</p> <p>Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata.</p> <p>A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig.</p> <p>Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete</p> <p>Példák irracionális számokra</p> <p>Számhalmazok műveleti zártsága</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímelek, Osztó, többszörös, prím, prímtényezős felbontás, a számelmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Vektorok	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	A vektor – irányított szakasz, Műveletek vektorokkal: – összeadás (paralelogramma-módszer, háromszögszabály); – kivonás; – számmal való számmal	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
------------------	----------------------------------	----------------------------

<p>A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése:</p> <ul style="list-style-type: none"> – a vektor fogalma, – vektorműveletek, <p>A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik.</p> <p>A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p>	<p>A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása.</p> <p>Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában</p>	
<p>Műveletek vektorokkal:</p> <p>Összeadás, kivonás, számmal való szorzás.</p> <p>Vektor koordinátái.</p>	<p>A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása.</p> <p>Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben</p>	<p><i>Fizika:</i> vektormennyiségek: erő, sebesség, gyorsulás, térerősség.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, bázisvektorok, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Trigonometria	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	<p>Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögre, speciális háromszögre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Számológép (számítógép) használata.</p> <p>Egybevágósági transzformációk. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban. Pitagorasz-tétel.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
-----------	---------------------------	---------------------

<p>Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal.</p> <p>A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója.</p> <p>Szögfüggvény értékek meghatározása számológéppel.</p> <p>Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.</p>	<p>A valóság kicsinyített ábrájáról szögeket és szakaszokat határozunk meg mérésrel és számolással.</p>	<p><i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.</p>
<p>Pótszögek szögfüggvényei.</p> <p>Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között.</p> <p>Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°.</p>		
<p>Pitagoraszsi összefüggés egy szög szinusz és koszinusz között.</p> <p>Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusz, illetve koszinusz között.</p> <p>A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.</p>	<p>A trigonometrikus azonosságok megértése, használata.</p> <p>Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.</p>	
<p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása.</p>
<p>Szinusztétel, koszinusztétel.</p>	<p>Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).</p>	<p><i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>szögfüggvények, szinusztétel, koszinusztétel</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>6. Koordinátageometria</p>	<p>Órakeret 16 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú,</p>	

	másodfokú egyenletek megoldása. Elsőfokú egyenletrendszerek megoldása.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A Descartes-féle koordinátarendszer. Helyvektor, bázisvektorok.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása. <i>Fizika:</i> testek tömegközéppontja.
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Vektor abszolút értékének kiszámítása.	
Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban Íránytényezőes egyenlet. Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. Két ponton átmenő egyenes egyenlete Adott ponton, adott meredekségű egyenes egyenlete Adott pont rajta van-e az egyenesen?	Képletek értelmezése, alkalmazása. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).

	kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátagéometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek vizsgálata, ábrázolása.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	meredekség, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	7. Valószínűségszámítás	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.
A valószínűség klasszikus modellje.	A modell és a valóság kapcsolata. A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete,	

<i>Matematikatörténet: Rényi: Levelek a valószínűségről.</i>	alkalmazása. A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika: az úrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.</i>
Geometriai valószínűség.	Laplace-képlet ismerete, alkalmazása Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén	
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel. Binomiális eloszlás	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).</i>
A várható érték.	A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban. Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	8. Statisztika	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Adathalmazok jellemzői: átlag,	Ismeretek mozgósítása: A minta terjedelme. Átlag, medián módusz, szórás. Közvélemény-kutatás. Minőség-ellenőrzés. Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése	<i>Informatika: táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</i>

medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal. Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése.	<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: választások.</i>
Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása	A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás	
A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani. – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. – Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. <p><i>Hatvány, gyök, exponenciális függvény, exponenciális folyamatok, logaritmus</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Egyszerű exponenciális egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban. – Exponenciális függvény ismerete; 	

- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése;
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról;
- Adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- A problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- A kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- A modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- Egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- Megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

Oszthatóság, a számelmélet alapjai

- Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes alkalmazása.
- Számok normálalakja, normálalakokkal végzett műveletek alkalmazása.
- Oszthatóság, a számelmélet alaptétele, alkalmazása.
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös ismerete, alkalmazása.
- Prímekre vonatkozó tételek, sejtések ismerete.

Vektorok

- Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete.
- Vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.

Trigonometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete, alkalmazása.
- Hosszúság és szög kiszámítása.

Koordinátageometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűségszámítás

- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudja értelmezni, kezelni.
- Konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.
- Ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet.
- Ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét.
- Meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

Statisztika

- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.
- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén;
- statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében;
- mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudja értelmezni, kezelni;
- megfelelő kritikával fogadja a statisztikai vizsgálatok eredményeit, látja a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

12. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	12. évf.
Sorozatok, kamatos kamat	20
Térgeometria	35
Rendszerező összefoglalás	95+10
Összes óraszám:	160

Témakör: Sorozatok

Javasolt óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

Fogalmak

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

Javasolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

Témakör: Térgeometria

Javasolt óraszám: 35 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban

- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

Fogalmak

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplappal, oldallappal, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

Javasolt tevékenységek

- Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

Rendszerező összefoglalás

Témakör: Halmazok, matematikai logika

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata

- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak

logikai műveletek

Javasolt tevékenységek

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

Témakör: Kombinatorika, gráfok

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

Fogalmak

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

Javasolt tevékenységek

- Anagramma készítése a tanulók neveiből
- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével

- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
- Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése

**Témakör: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése Javasolt
óraszám: 8 óra**

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága

Fogalmak

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív príme

Javasolt tevékenységek

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás

- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

Témakör: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához

Fogalmak

n -edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Javasolt tevékenységek

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel

Témakör: Exponenciális folyamatok vizsgálata

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Fogalmak

Nincsenek új fogalmak.

Javasolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

Témakör: Trigonometria

Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

Fogalmak

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

Javasolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

Témakör: Koordinátageometria

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

Fogalmak

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

Javasolt tevékenységek

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában

- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

Témakör: Leíró statisztika Javasolt

óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

Fogalmak

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelelem, szórás

Javasolt tevékenységek

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

Témakör: Valószínűség-számítás

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Fogalmak

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

Javasolt tevékenységek

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

Témakör: Elsőfokú és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

Javasolt óraszám: 13 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvel és grafikusan
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)
- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal

- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása

Fogalmak

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

Javasolt tevékenységek

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

Témakör: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására

- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x) + c$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsonösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

Fogalmak

egyértelmű hozzárendelés, kölcsonösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

Javasolt tevékenységek

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út- idő grafikon az iskolába való eljutásról)
- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

Témakör: Háromszögek, négyszögek, kör

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;

- kiszámítja háromszögek területét.
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- Háromszög területének kiszámítása
- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete,

bizonyítása és alkalmazása

- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása

Fogalmak

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör, trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

Javasolt tevékenységek

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan
- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

Emelt szintű matematika fakultáció

11-12. évfolyamon heti 2 óra

(130-141. oldal)

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítőtje; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diskussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamatában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségeihez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy

adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályáorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Célok és feladatok

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítania kell a többi tantárgy tanuláshoz, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analízáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazását az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődéséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valósághoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznossága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciálásnál nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulószervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulószervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésének, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika kerettanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A matematika műveltségterület az *egészségnevelési* feladatát elsősorban azokon a feladatokon (statisztika, valószínűség, szöveges feladatok) tudja teljesíteni, amely valóságos hazai és nemzetközi adatok felhasználásával alkalmas arra, hogy elősegítse a tanulók egészségfejlesztési attitűdjének, magatartásának, életvitelének kialakulását a feladatok adatainak eredményeinek értelmezésén, továbbgondolásán keresztül.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók, amelyekben keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példákban is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

Az egészségvédelemhez és a környezetvédelemhez hasonlóan a *fogyasztóvédelemre*, a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyekben keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezésére stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríhetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

A fogalmi rendszer

A matematika révén közvetített tudás konstruálásában, a fogalmi műveltség felépítésében folyamatos tevékenység a fogalmi gondolkodás fejlesztése. A matematika műveltségterület – a témakörökhöz, témákhoz rendelt fogalmak közlésével – felépítette a maga sajátos fogalomrendszerét. E rendszert természetesen többféleképpen is meg lehet határozni., és fontos leszögezni, hogy az általunk létrehozott fogalmi rendszer nem a matematikát mint tudományt, hanem a középiskolai matematika műveltségterületet fedi le. A tantárgy kulcsfogalmai a következők:

Axióma, definíció, tétel, bizonyítás, modellezés, transzformáció, sorbarendezés, kiválasztás, oszthatóság, eloszlás, valószínűség, halmaz, egyenlet, függvény, alakzatok, véletlen esemény.

E kulcsfogalmakkal kapcsolatos tudás folyamatos bővítése és elmélyítése az értelmes tanulás egyik összetevője. A kulcsfogalmak tehát az adott ismeretrendszer fogalmi hálójának csomópontjait jelentik, amelyek sok más fogalommal kapcsolatba hozhatóak. A kulcsfogalmak más és más kontextusban,

mélységben és egymáshoz való kapcsolódási lehetőséggel újra és újra megjelennek, segítve ezzel a matematika egységes látásmódjának kialakulását.

A tantárgy kulcsfogalmai tehát átfogó, a tanítási-tanulási folyamatban szükségszerűen ismétlődő fogalmak. E fogalmak jellegüknél fogva, tartalmi összetevőik révén igen gyakran érintkeznek is egymással. A kulcsfogalmak természetesen fokozatosan telítődnek konkrét tartalmakkal, azaz fokozatosan épül fel az a fogalmi háló, ami végül is a fogalmi műveltségben ölt(het) testet.

A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoporthmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- számítsanak arra, hogy munkájuk elvégzése után **önértékelést** is kell végezniük;
- hallgassák meg **társaik értékelését** az adott szempontok alapján;
- fogadják meg **tanáraik** észrevételeit, **javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszköze:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiai jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

	11. évf.	12. évf.
Matematika fakultáció	2 óra	2 óra

Kerettantervi megfelelés

A 11. és a 12. évfolyamon a kerettantervi óraszámhoz képesti 2-2 óránövekménybe pedig a hatályos érettségi vizsgaszabályzatban szereplő emelt szintű tananyagrészek kerültek beépítésre.

11. évfolyam

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevegyék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szóveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordináta-geometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotásra (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	2 óra/hét (72 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	6 óra
2. Számтан, algebra	20 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	30 óra
4. Geometria	10 óra
5. Valószínűség, statisztika	6 óra

Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai elosztást.
- Ismeri a mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat határértéket meghatározni.
- Ismeri a függvény folytonosság és differenciálhatóság fogalmát. Alkalmazza a deriválási szabályokat.
- Képes a differenciálszámítás alapelemeivel függvények ábrázolására és jellemzésére.

12. évfolyam

- **Célok és feladatok**

- A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése. a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.
- A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.
- A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ... , akkor ...”, az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.
- Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.
- A függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.
- Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűség-számítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.
- A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.
- Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.
- El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.
- Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

- **Témakörök**

	Óraszámok
	2 óra/hét (60 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	7 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	18 óra
4. Geometria	10 óra
5. Valószínűség, statisztika	8 óra
6. Rendszerező összefoglalás	17 óra

Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezősz felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.

- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus és a geometriai valószínűség-számítási modellt.

A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A permutáció, variáció, kombináció fogalmának, kiszámítási módjának ismerete.
- A direkt és indirekt bizonyítás, a skatulyaelv, a teljes indukció és a logikai szitaformula ismerete és alkalmazása.
- A tételek és megfordításuk megkülönböztetése, megfelelő módon történő alkalmazása. Feltétel és következmény felismerése következtetésben.
- Az ekvivalencia, az implikáció, a konjunkció és a diszjunkció szerepének felismerése az egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldásakor.
- A Pascal-háromszög és képzési szabályának ismerete, n elemű halmaz összes részhalmazának kiszámolása.
- A kvantorok használata állítások, tételek megfogalmazásakor (pl. az analízis fogalmi esetében).
- A gráfokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, s ezek segítségével egyszerűbb feladatok megoldása.
- A tanulók tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani, a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével, és tudják ezeket összetettebb feladatokban is alkalmazni.
- Alkalmazzák a matematikai logikában tanult ismereteiket állítások megfogalmazásában, fogalmak meghatározásakor.
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban.
- Tudjanak algoritmusokat értelmezni, s készíteni. Lássák és értsék meg különböző típusú játékok matematikai magyarázatát.
- Az ismeretek elsajátításával, a feladatok megértésével és azok megoldásával alakuljon ki a logikus gondolkodás, pontosságra törekvés. Használják a kreativitásukat és konstruktivitásukat a problémák megoldása során.

Számтан, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak ismerete és alkalmazása.
- Trigonometrikus azonosságok ismerete, és a függvénytáblázat használata.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása, önálló ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.
- A mindennapok gyakorlatában és a tudományban előkerülő problémák megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép, számítógép célszerű használata a feladatmegoldásokban.

- A tanulók tudják definiálni számok n -edik gyökét, alkalmazni a gyökökre vonatkozó azonosságokat. Készségszinten alkalmazzák a hatványozás és a logaritmus azonosságait. Tudjanak azonosságokat igazolni, s a tanult azonosságokat (pl. az addíciós tételeket) feladatok megoldásában alkalmazni.
- Tudjanak megoldani egyszerűbb paraméteres egyenletet, készségszinten oldjanak meg kétismeretlenes lineáris és másodfokú egyenletrendszer, ismerjék a megoldások számának különböző lehetőségeit. Ismerjék fel, ha magasabbfokú egyenlet megoldását vissza lehet vezetni másodfokúra, és tudják az ilyen egyenleteket megoldani.
- Tudják, hogy a trigonometrikus egyenletnek végtelen sok megoldása is lehet, s tudják, hogy ilyen esetben hogyan állapítható meg a gyökök valódi vagy hamis volta.
- Tudjanak szóveges feladatot leírni az egyenlet nyelvén, a megoldását ellenőrizni. Képesek legyenek szélsőérték-problémákhoz a célszerű matematikai modellt megtalálni.

Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei

- Trigonometrikus függvények értelmezése.
- Függvénytranszformációk alkalmazása.
- Exponenciális, logaritmikus, hatványfüggvények ismerete.
- Inverz függvény, összetett függvény felismerése, képzése.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A differenciálszámítás alkalmazása.
- Az integrálszámítás alkalmazása.
- Sorozatok és tulajdonságaik ismerete.
- A számtani és a mértani sorozat. A végtelen mértani sor fogalmának ismerete, összegének meghatározása speciális esetekben.
- Az új függvények ismerete és jellemzése során a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- Ismerjék a függvény határértékének és folytonosságának fogalmát. Tudják a tanult függvények adott helyhez tartozó határértékét megállapítani. Tudjanak példákat adni folytonos és nem folytonos függvényekre. Ismerjék és értsék a differenciálhányados fogalmát. Tudják, hogy a deriváltfüggvény segítségével hogyan vizsgálható a függvény menete, hogyan lehet meghatározni a függvény lokális szélsőértékeit. Ismerjenek elemi módszereket is a szélsőértékek megállapítására.
- Ismerjék a kétoldali közelítés módszerét. Ismerjék a határozott integrál fogalmát, tulajdonságát, a primitív függvény fogalmát, a Newton-Leibniz tételt, s tudják a felsoroltakat feladatmegoldásokban alkalmazni.
- Tudják a sorozatok tulajdonságait felhasználni a gyakorlati feladatok megoldása során.

Geometria

- A tanuló ismerje, tudja bizonyítani és alkalmazni a kerületi és középponti szögek tételét és megfordítását, a húrnégyszögek tételét, az érintőnégyszögek tételét, ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét.
- A szinusz és koszinusz tétel ismerete, célszerű használata.
- Két vektor skaláris szorzatnak meghatározása.
- Tudja használni a tanuló a vektorokat a koordináta-rendszerben.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, egyenes, kör és a parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- A tanulók alkalmazzák számolási, gyakorlati feladatokban a háromszögekre vonatkozó általános tételeket.
- Ismerjék és tudják bizonyítani a háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira vonatkozó tételeket, tudják ezeket alkalmazni bizonyítási és szerkesztési feladatokban.

- Ismerjék az euklideszi szerkesztés fogalmát, a szerkesztési feladatok megoldási lépéseit, tudjanak megoldani háromszögek, négyszögek szerkesztésére vonatkozó feladatokat.
- Tudjanak valós problémákhoz geometriai modellt alkotni, és a megoldásnál az ismereteiket alkalmazni.
- Ismerjék a skaláris szorzat fogalmát, tulajdonságait, koordinátákkal való kiszámítási módját. Koordinátageometriai ismereteik segítségével tudjanak geometriai számítási és egyszerűbb bizonyítási feladatokat megoldani.
- Tudjanak térbeli problémákhoz axonometrikus ábrát készíteni, ezzel a megoldást elősegíteni.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus modelljének, a valószínűség-számítás axiómáinak ismerete.
- Geometriai valószínűség kiszámítása.
- Feltételes valószínűség, független esemény fogalmának ismerete.
- A valószínűségi változó fogalmának szemléletes tartalma.
- A binomiális és hipergeometrikus eloszlás alkalmazása.
- A valószínűségi változó várható értékének, szórásának meghatározása speciális esetben.
- A nagy számok törvényének szemléletes megértése.
- A tanulók a mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. Véges, végtelen sok kimenetelű kísérlethez tudjanak megfelelő modellt készíteni.
- Értsék a várható érték, a szórás jelentését, tudják kiszámítani a tanult eloszlásoknál. Tudják egyszerűbb valószínűségi játékok esélyelemzését elvégezni. Értsék meg, hogy egyes események valószínűsége bizonyos feltételektől függhet.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.
- A matematikai tanulmányok végére a matematikatudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diskussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- Rendelkezzenek alapvető matematikai kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.